GUIDE DU MAITRE

TABLEAU DE TOISE LIPPENS

NOUVELLE METHODE

INTUITIVE ET EXPERIMENTALE

POUR ENSEIGNER LES ÉLÉMENTS DU

TOISE DES SURFACES ET DES SOLIDES

LA NOUVELLE MÉTHODE COMPREND :

1o. Une CARTE MURALE de 36 par 24 pouces ; papier fort à dos de toile et montures cuivrées. Impression très soignée, figures vues distinctement de toutes les parties de la salle de classe.

PRIX, avec Guide du Maitre, frais d'envoi compris, 60 Cts.

Même Carte Murale sans montures, bon papier, avec Guide du Maitre, 30 cts.

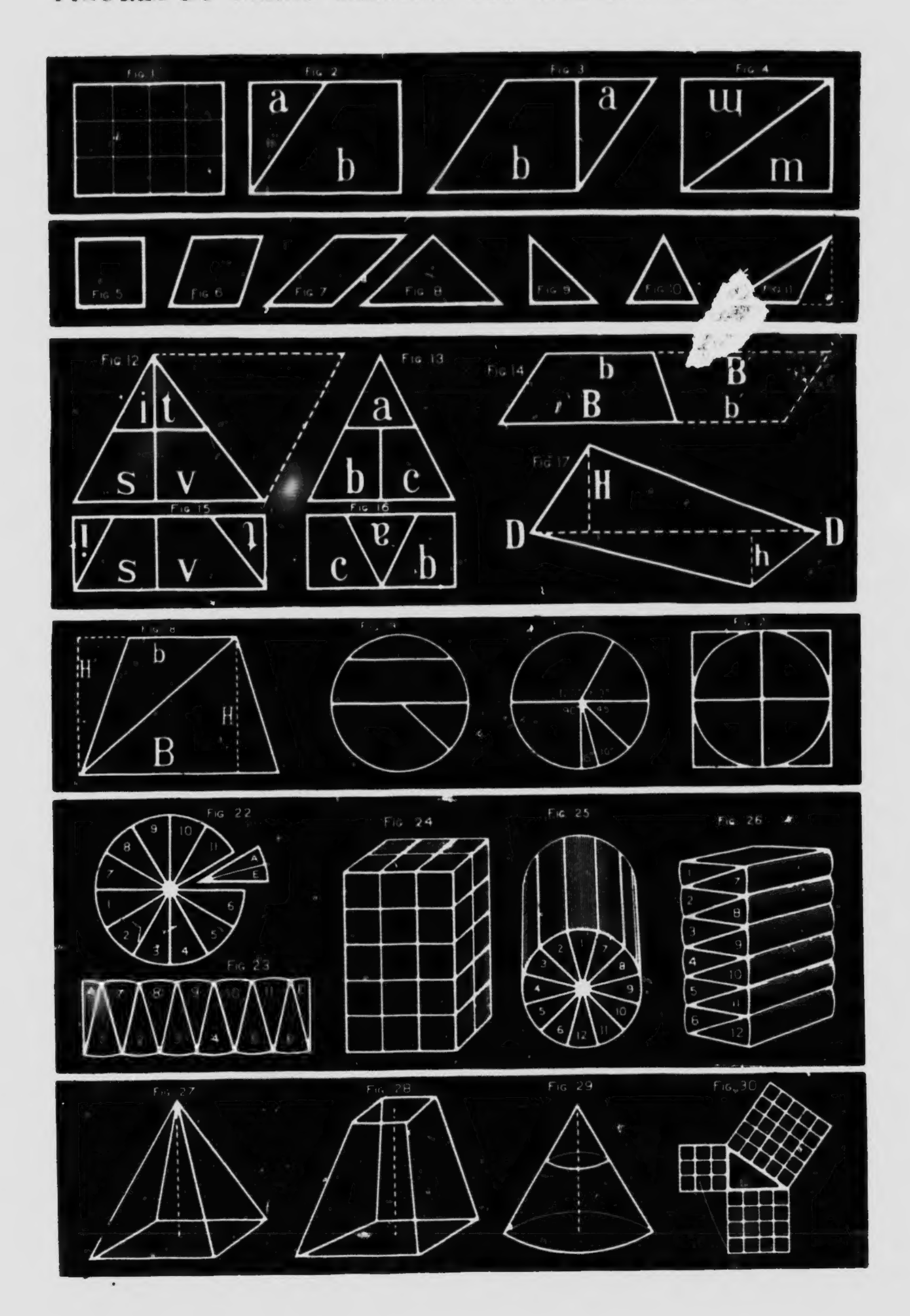
2o. Un GUIDE DU MAITRE, 16 pages, contenant les figures du grand tableau sur une échelle réduite, l'explication des termes géométriques les plus usités, les règles du TOISE des SURFACES et des SOLIDES les plus simples avec démonstration expérimentale et un grand nombre de problèmes d'application.

ENVOI GRATUIT DU GUIDE AVEC CHAQUE TABLEAU.

Séparément le GUIDE se vend 10 cts, frais de poste compris.

Dépôt général chez l'auteur,
B. LIPPENS, 749, Rue Notre-Dame Ouest,
MONTRÉAL
278, Rue Richelieu

FIGURES DU GRAND TABLEAU SUR UNE ECHELLE REDUITE



GUIDE DU MAITRE

TABLEAU DE TOISE LIPPENS

NOUVELLE METHODE

INTUITIVE ET EXPERIMENTALE

POUR ENSEIGNER LES ÉLÉMENTS DU

TOISE DES SURFACES ET DES SOLIDES

LA NOUVELLE MÉTHODE COMPREND

1o. Une CARTE MURALE de 36 par 24 pouces; papier fort à dos de toile et montures cuivrées. Impression très soignée, figures vues distinctement de toutes les parties de la salle de classe.

PRIX, avec Guide du Maitre, frais d'envoi compris, 60 Cts.

Même Carte Murale sans montures, bon papier, avec Guide du Maitre, 30 cts.

2o. Un GUIDE DU MAITRE, 16 pages, contenant les figures du grand tableau sur une échelle réduite, l'explication des termes géométriques les plus usités, les règles du TOISE des SURFACES et des SOLIDES les plus simples avec démonstration expérimentale et un grand nombre de problèmes d'application.

ENVOI GRATUIT DU GUIDE AVEC CHAQUE TABLEAU.

Séparément le GUIDE se vend 10 cts. frais de poste compris.

Dépôt général chez l'auteur,
B. LIPPENS, 749, Rue Notre-Dame Ouest,
MONTRÉAL



TABLEAU LIPPENS

TOISE DES SURFACES ET DES SOLIDES

FIGURE I

La figure 1 représente un RECTANGLE. Elle a quatre côtés et les côtés opposés sont égaux entre eux. Elle a deux côtés de 4 pouces et deux côtés de 3 pouces. Mesurez-les.

Ce rectangle contient 12 pouces carrés. Comptez-les. Combien de rangées de 3 pouces carrés ? Combien de rangées de 4 pouces carrés ?

Dessinez un rectangle de 2 par 2 pouces ; un autre de 2 par 3 pouces ; un autre de 3 par 3 pouces ; un autre de 2 par 4 pouces ; un autre de 4 par 4 pouces. Quelle est la surface de chacun de ces rectangles en pouces carrés ?

Montrez différents objets ayant la forme d'un RECTANGLE ; les vitres, les feuilles d'un livre, les panneaux de la porte, le plafond, le plancher.

Faites divers mesurages en prenant comme unité le *pouce*, le *pied*, la *verge*.

Dans un rectangle les coins sont d'équerre; autrement dit, les ANGLES sont DROITS.

On obtient la surface d'un rectangle en multipliant la LONGUEUR par la LARGEUR. En géométrie on dit : la BASE par la HAUTEUR.

Quelle est la surface d'une verge carrée en pieds carrés ? — R. 9. Expliquez par une figure.

Quelle est la surface d'un pied carré en pouces carrés ? R. 144, soit 12 rangées de 12 pouces carrés.

Quelle est la surface en milles carrés d'un *township* ? (Le *township* est un carré dont le côté mesure 6 milles.) R. 36 milles carrés.

Quelle est la superficie en pouces carrés du tableau noir de l'école ?

Quelle est la superficie d'un lot à bâtir de 42 par 150 pieds ? R. 6,300 pieds carrés.

Quelle est la superficie d'une ferme de 5 arpents de front sur 45 de profondeur ? R. 225 arpents carrés.

Si on connait la surface d'un rectangle et un des côtés, on trouve l'autre côté en divisant la surface par le côté connu.

Quelle devra être la longueur d'un jardin rectangulaire dont la largeur est de 56 pieds pour qu'il ait une superficie de 5320 pieds ? R. 95 pieds.

Quand on a des fractions ou des nombres fractionnaires, on suit les règles ordinaires de l'arithmétique ; on ramène les dimensions à la même unité.

Un madrier a 8 pieds 4 pouces de longueur et 9 pouces de largeur. Calculez sa

superficie. R. On exprime la longueur en pouces, ce qui donne 100 pouces par 9 ou 900 pouces carrés. En divisant 900 par 144, on obtient 6 pieds carrés et 36 pouces carrés, ou $6\frac{1}{4}$ pieds carrés.

Combien de verges carrées sont contenues dans un rouleau de tapis de 16 verges de long et 27 pouces de large ?

R. On peut exprimer la largeur en fraction de la verge en divisant 27 par 36. Or, $\frac{27}{36} = \frac{3}{4}$ et $16 \times \frac{3}{4} = 12$ verges carrées.

Quelle est la surface d'une plate-forme rectangulaire de 15 pieds 8 pouces par 8 pieds 9 pouces ? R. 15 pieds 8 pouces $= 15\frac{2}{3}$ pieds et 8 pieds 9 pouces $= 8\frac{3}{4}$ pieds. Or, $15\frac{2}{3} \times 8\frac{3}{4} = \frac{47}{3} \times \frac{35}{4} = 137\frac{1}{12}$ pieds carrés.

Quelle est la superficie totale des quatre murs d'une chambre qui a 14 pieds de long sur 12 pieds de large et 10 pieds de haut ? R. 520 pieds carrés.

Combien de pieds carrés (mesure de planche) sont contenus dans 25 planches de 12 pieds de long sur 8 pouces de large ? R. 200 pieds carrés.

Combien coûte le crépi du plafond et des quatre murs d'une salle ayant 18 pieds de long, 16 de large et 9 pieds de haut, à raison de 22 cts la verge carrée, sans déduction pour les ouvertures ? R. $22.44.

FIGURES 2 ET 3

La figure 2 est un rectangle de même forme et de mêmes dimensions que la fig. 1. En plaçant le triangle a à droite, (fig. 3) le rectangle change de forme, mais sa surface est restée la même, c'est-à-dire 12 pouces carrés. La fig. 3 est appelée PARALLÉLOGRAMME.

On mesure un parallélogramme en multipliant la base par la hauteur ; c'est la même règle que pour le rectangle.

Le LOSANGE est un parallélogramme dont les quatre côtés sont égaux, mais dont les angles ne sont pas droits. Si on trace les diagonales d'un losange, elles se coupent à angle droit et on obtient quatre triangles rectangles égaux. La surface d'un losange égale la moitié du produit de ses diagonales.

FIGURE 4

Si on coupe un rectangle en deux par une *diagonale*, (une ligne allant d'un coin à l'autre) on obtient deux triangles rectangles.

La base de l'un se trouve en bas, et celle de l'autre en haut. Les deux triangles sont exactement de même grandeur. Faites-en l'expérience en coupant une feuille de papier et en superposant les deux morceaux.

FIGURES 5, 6 ET 7

Les figures 5, 6 et 7 ont la même base et la même hauteur, 2 pouces. Toutes les trois ont la même surface, 4 pouces carrés, malgré leur différence de forme. Plus loin nous verrons pour quelle raison.

Indiquez les lignes *horizontales*, les lignes *verticales* et les lignes *inclinées* ou *obliques* des trois premières rangées de figures.

Horizontal, qui suit la direction de l'horizon, de l'eau tranquille, d'un plancher uni et bien de niveau. — *Vertical* ; de haut en bas ; qui suit la direction du fil à plomb. — *Oblique*, de biais, en pente. Lignes *parallèles*, également distantes entre elles dans toute leur étendue.

Dans la Fig. 1 les quatre angles sont *d'équerre* ou *droits*. Les coins ou angles d'une feuille de papier, d'une table carrée, de tous les objets rectangulaires, sont appelés angles droits.

Montrez les angles droits dans quelques figures du tableau. Montrez quelques objets présentant des angles droits : Un dé, une brique, une boite, une vitre, une porte.

Montrez les angles OBTUS (plus grands, plus ouverts que les angles droits) ; les angles *aigus* (plus petits, plus fermés que les angles droits). Remarquez que ce n'est pas la longueur des lignes qu'il faut regarder, mais leur écartement.

LIGNES PERPENDICULAIRES

Deux lignes qui forment entre elles un angle droit sont *perpendiculaires* l'une à l'autre.

Deux lignes qui se coupent perpendiculairement forment quatre angles droits. On en a des exemples dans l'intérieur de la fig. 12 et au centre de la fig. 21.

Dans le mesurage du rectangle et de toutes les figures qu'on ramène au rectangle, la *base* et la *hauteur* doivent être perpendiculaires entre elles : autrement dit, elles doivent se rencontrer D'ÉQUERRE ou à ANGLE DROIT.

L'ignorance de cette règle serait une source d'erreur considérable dans le mesurage.

Dans la fig. 3 les lignes inclinées sont plus longues que la hauteur de la figure : la ligne intérieure qui est perpendiculaire à la base, est la hauteur véritable. La différence est encore plus frappante si on compare la fig. 5 avec la fig. 7. Cependant ces deux figures ont la même surface, 4 pouces carrés.

Les figures 1, 2, 3 et 4 ont la même hauteur, 3 pouces.

Les figures 5, 6, 7, 8, 9, 10 et 11 ont toutes la même hauteur, 2 pouces.

Montrez la ligne qui représente la hauteur dans les figures 12, 15 et 17.

Les triangles fig. 9, 10 et 11 ont la même base et la même hauteur, 2 pouces.

Dans la fig. 11 la hauteur tombe en dehors du triangle, sur le prolongement de la base : elle est marquée par une ligne pointillée.

Un parallélogramme est une figure de quatre côtés dont les côtés opposés sont parallèles et égaux entre eux.

Un rectangle est un parallélogramme dont les angles sont droits.

Un carré est un rectangle dont la base est égale à la hauteur. La fig. 5 est un carré.

Les figures de 1 à 18 (compris) sont des figures *rectilignes* (formées de lignes droites). Une figure rectiligne de quatre côtés est un *quadrilatère*.

Si, dans la fig. 4 on renversait le triangle III (la lettre est retournée avec intention) et si on le plaçait de revers à droite de l'autre, le rectangle deviendrait un triangle ayant la même surface et ce triangle aurait 8 pouces de base et 3 pouces de hauteur. En multipliant 8 par 3 on obtient 24 qui est LE DOUBLE de sa surface réelle. Voilà un exemple qui montre que LA SURFACE D'UN TRIANGLE EST ÉGALE A LA MOITIÉ DU PRODUIT DE SA BASE PAR SA HAUTEUR.

Un triangle dont la base et la hauteur se rencontrent perpendiculairement

(formant un angle droit) est un triangle rectangle. Il a pour surface la moitié du produit de la base par la hauteur.

Ainsi le triangle rectangle **m** (fig. 4) a 4 pouces de base et 3 pouces de hauteur. La surface égale 4 × 3 : 2 = 6 pouces carrés, soit exactement la moitié du rectangle fig. 1, qui a la même base et la même hauteur.

Faites deux triangles en papier blanc semblables aux triangles *m* et *n* de la fig. 4. On peut les disposer de manière à former un parallélogramme de 4 pouces par 3, un triangle de 6 pouces par 4, un triangle de 8 pouces par 3, ce qui donne 12 pouces carrés dans tous les cas, la surface restant la même. Faites-en l'expérience

APPLICATIONS PRATIQUES

Dessinez un triangle rectangle dont la base est de 4 et la hauteur de 5 pouces ; un autre dont la base est de 5 et la hauteur de 3 pouces ; un autre dont la base est de 5 et la hauteur de 4 pouces. Quelle est la superficie de ces triangles ?

Je coupe diagonalement une feuille de papier de 28 pouces par 22. Quelle sera la surface de chaque morceau ? R. 308 pouces carrés

Divisez un pied carré par une diagonale et vous aurez deux triangles égaux. Quelle sera la base, la hauteur et la surface d'un de ces triangles ? (Comparez avec la fig. 4.)

Dans les triangles comme dans les parallélogrammes, *la hauteur doit tomber perpendiculairement sur la base.* Ainsi les côtés obliques des fig. 3, 6, 7 et 10 ne sont pas les hauteurs de ces figures et ne peuvent pas servir pour en mesurer la surface

FIGURES 12 ET 15

La figure 12 se compose de deux triangles égaux formant ensemble un parallélogramme ayant la même base et la même hauteur que chacun des triangles. Cela prouve que la surface d'un triangle est la moitié de celle d'un parallélogramme de même base et de même hauteur.

Le premier triangle, à droite, est coupé en quatre parties, **i**, **t**, **s** et **v**, par une ligne parallèle à la base qui coupe la hauteur par le milieu. Si ces parties sont disposées comme dans la figure 15, ce triangle devient un rectangle, dont la base est de 5 pouces et dont la hauteur est de 2 pouces. Les deux figures, si différentes de forme, ont exactement la même surface. Leur base est la même, 5 pouces, mais le triangle a 4 pouces de hauteur, tandis que le rectangle n'a que 2 pouces de hauteur, juste la moitié.

Ces figures servent à démontrer qu'un triangle a la même surface qu'un rectangle qui aurait la même base et dont la hauteur serait la moitié de celle du triangle.

Faites l'expérience avec des feuilles de papier taillées sur le même modèle. Dans le triangle la ligne parallèle à la base doit couper exactement la *hauteur* par le milieu.

FIGURES 13 ET 16

Ces figures indiquent une autre manière de transformer un triangle en un rectangle de même superficie. Les lettres indiquent clairement la disposition à donner aux

diverses parties. En mettant **b** à droite et **c** à gauche, on a tout juste l'espace pour insérer le sommet **a** renversé et former un rectangle.

La base de ce triangle (fig 13) est de 4 pouces et sa hauteur est de 4 pouces. La base du rectangle placé au-dessous (fig. 16) est aussi de 4 pouces, et sa hauteur est de 2 pouces, soit la moitié de celle du triangle placé au-dessus. Les deux figures (13 et 16) ont chacune la même surface, 8 pouces carrés.

D'où la règle générale suivante :

ON TROUVE LA SURFACE D'UN TRIANGLE EN MULTIPLIANT SA BASE PAR SA HAUTEUR ET EN DIVISANT CE PRODUIT PAR 2.

Une nouvelle disposition, qui conduirait à la même preuve, consisterait à former des rectangles semblables aux figures 15 et 16, RENVERSÉES. Faites-en l'expérience avec des morceaux de papier.

LE TRAPÈZE.—FIGURE 14

Le trapèze est un quadrilatère qui a deux côtés parallèles et deux côtés qui ne sont pas parallèles. En coupant la tête d'un triangle par une ligne parallèle à sa base on forme un trapèze. Cette ligne est la *petite base*. Dans la fig. 14 elle occupe horizontalement le haut du trapèze.

La hauteur d'un trapèze est la ligne qui rencontre perpendiculairement les deux bases. Elle est indiquée par la ligne pointillée H dans la figure 18.

La figure 14, si on laisse de côté les lignes pointillées, est un TRAPÈZE. En prolongeant les deux bases, qui sont parallèles, par des lignes pointillées et en donnant à B' la longueur de B et à b' la longueur de b, puis en achevant la figure par la ligne pointillée inclinée à droite, on a formé un autre trapèze renversé par rapport au premier, mais égal à celui-ci. Ces deux trapèzes forment ensemble un parallélogramme, figure déjà connue, dont on mesure la surface en multipliant la base par la hauteur. L'un ou l'autre des deux trapèzes a la moitié de la surface de ce parallélogramme, dont la base est égale à la grande base B plus la petite base b du trapèze. Comme la base du parallélogramme est de 5 plus 3 ou 8 pcs, et sa hauteur 2 pouces, il a une surface de 8 x 2 ou 16 pouces carrés, et cette surface est le double de l'un ou de l'autre des deux trapèzes dont il est formé. Il suffit de diviser par 2 la surface du parallélogramme pour avoir celle du trapèze. Donc le trapèze formé par les lignes pleines (fig. 14) a 8 pouces carrés.

Les lignes obliques et non parallèles ne servent en aucune façon à mesurer la surface d'un trapèze.

ON CALCULE LA SURFACE D'UN TRAPÈZE EN MULTIPLIANT LA SOMME DES BASES PAR LA HAUTEUR ET EN DIVISANT CE PRODUIT PAR 2.

Dans la pratique, on peut, à volonté, multiplier la somme des bases par la moitié de la hauteur ; ou la demi somme des bases par la hauteur, ou diviser par 2 le produit de la somme des bases par la hauteur : tout cela revient au même.

Pour mesurer la surface d'un parallélogramme, d'un triangle ou d'un trapèze, on les ramène par le calcul, à la forme du parallélogramme ou du rectangle.

FIGURE 17

La figure 17 représente un quadrilatère irrégulier, c'est-à-dire dont les côtés opposés sont inégaux et non parallèles. Pour en mesurer la surface on trace la diagonale

DD et les perpendiculaires H et h. Avec la longueur de ces trois lignes on peut calculer la surface du quadrilatère. En effet, la diagonale le coupe en deux triangles, auxquels elle sert de base et dont H et h sont les hauteurs respectives. Le triangle de dessus a pour base la diagonale DD, qui mesure 8 pouces, et pour hauteur H, qui mesure 2 1/2 pouces. Le triangle de dessous a également pour base la diagonale DD et pour hauteur h qui mesure 1 1/2 pouce. Au lieu de faire deux multiplications séparées, on multiplie la base (8 pouces) par la somme des hauteurs H et h (2 1/2 + 1 1/2 ou 4 pouces) et on divise ce produit (32) par 2, ce qui donne 16 pouces carrés de surface pour les deux triangles réunis qui forment le quadrilatère.

LA SURFACE D'UN QUADRILATÈRE EST ÉGALE A LA MOITIÉ DU PRODUIT DE LA DIAGONALE PAR LA SOMME DES HAUTEURS DES DEUX TRIANGLES AUXQUELS LA DIAGONALE SERT DE BASE.

FIG. 18.

Dans la figure 18, le quadrilatère coupé par une diagonale, est un trapèze, et on forme ainsi deux triangles dont le plus grand a pour base la grande base du trapèze et dont l'autre a pour base la petite base du trapèze. La ligne pointillée verticale à droite est la hauteur du grand triangle dont la base est B, et la ligne pointillée verticale à gauche, qui tombe sur le prolongement de la petite base, est la *hauteur* du petit triangle, dont la base **b** se trouve en haut. Ces deux triangles ont la même hauteur, comprise entre les deux lignes parallèles qui forment les deux bases du trapèze. Chacun de ces triangles se mesure en divisant par deux le produit de la base par la hauteur ; or, comme la hauteur est la même pour les deux, on réunit les deux multiplications en une seule.

Dans la figure 17 on fait la somme des hauteurs, tandis que dans la figure 18 on fait celle des bases.

On remarquera que dans le petit triangle la hauteur tombe en dehors du rectangle, comme dans la figure 11.

PROBLEMES

On demande la surface d'une parcelle de terre en forme de trapeze dont les côtés parallèles mesurent respectivement 75 et 122 pieds, et dont la profondeur perpendiculaire aux côtés parallèles mesure 154 pieds. R. 15,169 pieds carrés.

Combien de verges carrées dans un trapèze dont les côtés parallèles sont 240 et 320 pieds, et dont la hauteur est 66 pieds. R. 2053⅓ verges carrées.

Calculez la surface d'un trapèze dont la grande base est 3 pieds 2 pouces, la petite base 2 pieds 10 pouces, et dont la hauteur est 1 pied 8 pouces. R. 720 pouces carrés ou 5 pieds carrés.

LE CERCLE.—(Figure 19)

Le CERCLE est une surface : la CIRCONFÉRENCE est une ligne. Tous les points de cette ligne sont à la même distance du CENTRE. Une ligne droite qui passe par le centre et coupe le cercle en deux parties égales, s'appelle DIAMÈTRE.

La moitié du diamètre forme le RAYON.

Une ligne droite qui aboutit à la circonférence par les deux extrémités est une CORDE : la partie de la circonférence comprise entre ses deux extrémités est un ARC.

L'espace compris entre deux rayons et l'arc qu'ils déterminent est un SECTEUR. Toute la fig. 20 est divisée en secteurs.

La surface comprise entre un arc et une corde est un SEGMENT. Montrez (fig. 19) le centre, la circonférence, le diamètre, le rayon, une corde, un arc, un secteur, un segment.

FIG. 20

La circonférence d'un cercle se divise en 360 degrés ; cette division sert à mesurer les angles situés au centre du cercle. La figure 20 indique un angle droit (90°) un angle obtus (120°), quatre angles aigus mesurant respectivement 60°, 45°, 30°, et 15°.

La somme des trois angles intérieurs d'un triangle est toujours 180°. La somme des angles groupés autour d'un meme point est toujours 360°, ou l'équivalent de 4 angles droits.

La diagonale d'un carré forme des angles de 45°.

Dans la fig. 25 les douze angles réunis autour du centre ont chacun 30 degres.

Dans un triangle dont les trois cotés sont égaux, chaque angle a 60 degres.

Un angle au centre d'un cercle a pour mesure l'arc opposé. Ainsi, à un arc d'un quart de cercle ou 90° correspond un angle de 90° ou angle droit. Un angle droit a toujours 90° les angles obtus et aigus peuvent varier.

MESURE DU CERCLE

Nous avons vu que pour mesurer le triangle ou le trapèze, on les ramène, par le calcul, au rectangle. On en fait autant pour le CERCLE. Bien qu'il soit limité par une ligne courbe sans angles, il a une BASE et une HAUTEUR comme les figures étudiées jusqu'ici.

La *base* du cercle est la *circonférence.*

Sa *hauteur* est le *rayon.*

Le cercle se compose d'une infinité de triangles, tous de meme hauteur, dont les sommets sont réunis au centre, et dont les bases, se faisant suite sans interruption, forment la circonférence.

La surface du cercle peut se calculer comme celle du triangle (la base par la moitié de la hauteur), ce qui revient à multiplier LA CIRCONFÉRENCE PAR LA MOITIÉ DU RAYON, mais ce n'est pas la règle dont on se sert habituellement, et qui sera expliquée plus loin.

FIG. 21

Cette figure représente un carré divisé en quatre petits carrés égaux par deux lignes qui se coupent perpendiculairement. Le grand carré renferme un cercle inscrit.

Remarquez bien que le coté du grand carré est égal au diamètre du cercle, que le coté de chacun des petits carrés est égal au rayon du cercle ; que le contour, (périmètre) du grand carré est égal à 4 fois le diametre du cercle ; que la surface du grand carré est égale à 4 fois la surface du petit carré.

Remarquez encore que le périmètre du grand carré est plus long que la circonférence du cercle inscrit et que la surface du grand carré est plus grande que la surface du cercle inscrit.

Il existe un rapport constant entre la surface d'un carré et celle du cercle inscrit à ce carré, et cette proportion est comme 4 est à 3.1416. Par conséquent, si le grand carré avait quatre pieds carrés de surface, le cercle inscrit en aurait 3.1416.

Le meme rapport existe entre le contour du carré et la circonférence : si le premier avait 4 verges de long, la longueur de la circonférence serait de 3.1416 verges.

Examinons maintenant de plus près la figure 21 du grand tableau.

Il est facile de voir que chaque côté des petits carrés est égal au rayon du cercle, et que la surface d'un de ces quatre petits carrés est égale au rayon (R) multiplié par lui meme, ce qui s'exprime comme suit : S = R × R. On écrit aussi R^2. Si ensuite je multiplie ce R^2 par 4, j'aurai la surface du grand carré, puisqu'il se compose de 4 petits carrés.

Mais à chaque angle du grand carré il y a un coin qui est au dehors du cercle, mais en dedans du carré. En multipliant la surface d'un des petits carrés par 4, j'ai la surface du carré ; je n'ai pas celle du cercle. Alors, pour exclure les quatre coins qui ne font pas partie du cercle, je n'ai qu'à remplacer 4 par 3.1416.

C'est ainsi que s'explique la règle suivante qu'il faut bien retenir :

ON OBTIENT LA SURFACE D'UN CERCLE EN MULTIPLIANT LE CARRÉ DU RAYON PAR 3.1416.

Par CARRÉ DU RAYON, il faut entendre le rayon multiplié par lui meme.

Le meme raisonnement s'applique au périmètre du carré comparé à la longueur de la circonférence.

En multipliant le diametre (qui est le double du rayon) par 4, on a le périmetre du carré. Si on remplace 4 par 3.1416 on obtient la longueur de la circonférence du cercle.

Le carré de la fig. 21 du grand tableau a une surface de 4 × 4 ou 16 pouces carrés et le cercle inscrit a une surface de 4 × 3.1416 ou 12.5664 pouces carres.

Un cercle dont le rayon est de 5 pieds, fournirait le calcul suivant : surface du carré circonscrit au cercle : 5 × 5 × 4 = 100 pieds carrés.

Surface du cercle 5 × 5 × 3.1416 = 78.54 pieds carrés.

Contour du carré 10 × 4, ou 40 pieds de longueur.

Contour du cercle (circonférence) 10 × 3.1416 = 31.416 pieds de longueur.

FIGURES 22 et 23

Le cercle est coupé en secteurs, que l'on peut considérer comme des triangles dont la base est prise sur la circonférence et dont la hauteur est le rayon du cercle. On peut transposer ces triangles de maniere à former une sorte de rectangle (fig. 23) dont la longueur est la moitié de la circonférence (secteurs 1, 2, 3, 4, 5 et 6) et dont la largeur est égale au rayon.

Si les triangles étaient plus nombreux, les courbes ou arcs qui leur servent de base

s'aplatiraient davantage et les lignes droites en zigzag feraient des angles plus aigus. En fin de compte, avec un nombre infini de triangles, on arriverait à un rectangle ordinaire qui aurait pour base la demi-circonférence et pour hauteur le rayon du cercle.

Ainsi s'explique la règle exprimée comme suit :

On obtient la surface d'un cercle en multipliant la moitié de la circonférence par la moitié du diamètre.

Dans la pratique, on multiplie le CARRÉ DU RAYON par 3.1416, ce qui revient au même. A la place de 3.1416 on se sert aussi de 22/7.

On obtient la circonférence d'un cercle en multipliant le diamètre (qui est le double du rayon) par 3.1416.

Quelle est la surface d'une plate-forme ronde dont le diamètre est de 18 pieds ?

R. Dans ce cas le rayon est de 9 pieds.

La réponse est de 9 × 9 × 3.1416 ou 254.4696 pieds carrés.

Si le diamètre de la terre est 7911 milles, quelle en est la circonférence

R. 7911 × 3.1416 = 24853.1976 milles.

Si la circonférence d'un cercle est 354 pieds, quel en sera le diamètre ?

R. Dans ce cas on divise 354 par 3.1416, ce qui donne 112.681 pieds.

Nous avons vu que le carré du rayon multiplié par 3.1416 donne la surface du cercle. Réciproquement on trouve le rayon d'un cercle dont on connait la surface en divisant celle-ci par 3.1416 et en extrayant la racine carrée du quotient ainsi obtenu.

Ex. Quel est le rayon d'un cercle dont la surface égale 452.3904 unités ?

R. 452.3904 divisé par 3.1416 égale 144 et la racine carree de 144 égale 12, qui est la réponse.

FIGURE 24

Cette figure représente un bloc de 3 pouces de long, 2 pouces de large et 5 pouces de haut. Il contient un volume de 3 × 2 × 5 = 30 pouces cubes.

Si ce bloc était un cube parfait de 2 pouces sur tous les sens, son volume serait 2 × 2 × 2 = 8 pouces cubes. Un cube de 3 pouces de côté donnerait 3 × 3 × 3 = 27 pouces cubes.

Quel est le cube de 4, de 5, de 6, de 7, de 8, de 10, de 12 ?

Combien y a-t-il de pieds cubes dans une verge cube ? R. 27.

Combien y a-t-il de pouces cubes dans un pied cube ? R. 12 × 12 × 12 = 1728.

Dessinez un solide rectangulaire de 4 × 5 × 3 pouces. Combien contient-il de pouces cubes

Quel est le volume d'air d'une salle de classe dont les dimensions sont de 15 × 16 × 10 pds ? R. 2400 pieds cubes.

Calculez le volume d'air de la salle de classe que vous occupez.

Si le solide représenté par la fig. 24 était scié de haut en bas transversalement, il donnerait lieu à deux solides égaux dont la base aurait la forme d'un triangle. Ce triangle serait juste la moitié du rectangle qui sert de base au bloc entier.

En général, on obtient le volume d'un solide régulier dont les deux bases sont égales, en multipliant la surface de sa base par sa hauteur.

Ainsi, dans la fig 24, la surface de la base est de 6 pouces carrés et la hauteur du solide est de 5 pouces, ce qui donne 6 × 5 = 30 pouces cubes.

La forme de la base n'y fait rien.

Elle peut être un rectangle, un parallélogramme, un cercle, un demi-cercle, un triangle, une figure à 6, 8 ou 12 côtés, etc., la règle est toujours la même. Ainsi, un rouleau égal aux deux bouts, dont la base aurait 6 pouces carrés de surface et dont la hauteur serait de 5 pouces, contiendrait également 30 pouces cubes.

La hauteur doit être prise perpendiculairement à la base, pour mesurer le volume de tous les solides.

Le Cylindre. FIGURES 25 et 26

Montrez divers objets ayant la forme d'un cylindre : rouleaux, mesures de capacité.

Les fig. 25 et 26 indiquent une méthode expérimentale pour transformer un cylindre en un solide rectangulaire.

Une simple comparaison avec les fig. 22 et 23 fera comprendre le procédé.

La base du cylindre (fig. 25) a la forme d'un cercle. On l'a divisé en 12 secteurs. Si on sciait le cylindre dans le sens de la longueur, en se guidant sur les lignes qui traversent le centre du cercle, on aurait 12 solides réguliers, dont la base peut être considérée pratiquement comme un triangle rectangle : puis en les empilant comme dans la fig. 26, on aurait pratiquement un volume rectangulaire ayant longueur, largeur et épaisseur, comme celui de la fig. 24.

Ce volume aurait pour dimensions la même face (base) et la même longueur que le cylindre. La hauteur de la face est la moitié de la circonférence du cercle, et sa largeur est le rayon ou demi diamètre.

Nous savons déjà que la demi-circonférence multipliée par le demi-diamètre donne la surface d'un cercle. Par conséquent, après avoir calculé la surface de la base circulaire d'un cylindre, on en détermine le volume, en multipliant cette base par la hauteur.

PROBLEMES

Quel est le volume d'air d'une salle de classe dont les dimensions sont 25 × 11 × 10 pds ? R. 2750 pieds cubes.

Quel est le volume d'air par élève d'une salle de classe de 24 × 12 × 11 pieds si le nombre des élèves est 22 ? R. 144 pieds cubes.

Quel est le volume d'un cylindre dont le diamètre a 5 pieds et la hauteur 12 pieds ?

R. La base du cylindre égale 2.5 × 2.5 × 3.1416 = 19.635 pieds carrés.
19.635 × 12 = 235.62 pieds cubes.

Combien de boisseaux (minots) de grain peut contenir une boite rectangulaire dont les dimensions sont de 9 × 6 × 5 pieds ?

(On convertit les pieds cubes en boisseaux, mesure légale, en les multipliant par 0.779 ou en les divisant par 1.283). R. 210.33 minots, soit appr. 210 1/3 minots.

Combien de gallons impériaux peut contenir une citerne cylindrique dont le diamètre est de 8 pieds et dont la hauteur est de 9 pieds ? (On convertit les pieds cubes en gallons impériaux en les multipliant par 6.232.)

Rép. 452.39 pieds cubes ou 2819.29 gall.

FIGURE 27

Pour trouver le volume d'une pyramide on multiplie la surface de sa base par sa hauteur et on divise ce produit par 3.

Ex. La base rectangulaire d'une pyramide mesure 5 pieds par 8 pieds et sa hauteur est de 12 pieds. R. Sa base mesure 8 × 5 = 40 pieds carrés. 40 multiplié par 12 et divisé par 3 donne 160 pieds cubes.

FIGURE 28

Cette figure represente un tronc de pyramide ou une pyramide tronquée, c'est à dire une pyramide dont le sommet a été coupé par un plan parallele à sa base. Pour en trouver le volume on fait l'opération suivante :

On calcule séparement la surface de la grande base et celle de la petite base. On multiplie l'une par l'autre et on extrait la racine carrée de ce produit. Le nombre ainsi obtenu s'appelle la moyenne proportionnelle entre les deux bases. Ensuite on fait la somme des deux bases et de cette moyenne proportionnelle et on la multiplie par le tiers de la hauteur de la pyramide.

FIGURE 29

Cette figure represente un cone. C'est une sorte de pyramide sans arêtes dont la base est un cercle.

Pour en trouver le volume, on multiplie la surface de la base par le tiers de la hauteur.

Pour en trouver la surface, on multiplie la circonférence de la base par la demi hauteur inclinée.

Si on coupe le sommet d'un cone on obtient un cone tronqué ou un tronc de cone. C'est une sorte de pyramide tronquee sans aretes dont les deux bases sont des cercles.

On en calcule le volume de la maniere suivante, connaissant les rayons des bases et la hauteur

On multiplie le grand rayon par lui même ; on multiplie aussi le petit rayon par lui même ; on multiplie ensuite les deux rayons l'un par l'autre. On dit le total des trois nombres ainsi obtenus (le carré du grand rayon, le carré du petit rayon, le produit des deux rayons). On multiplie ce total par 3.1416 et par la hauteur, finalement on divise ce dernier produit par 3

La formule géométrique s'exprime comme suit :

Soit V le volume, H la hauteur, R le rayon de la grande base, r le rayon de la petite base, on aura :

$$V = \frac{(R^2 + r^2 + Rr)\, H \times 3.1416}{3}$$

LA SPHERE

La sphère est une boule parfaite.

On obtient la surface d'une sphère en multipliant le carré de son diamètre par 3.1416. On peut aussi se servir de la formule : $S = 4R^2 \times 3.1416$.

On obtient le volume d'une sphère en multipliant la surface par le tiers du rayon.

On peut aussi la trouver au moyen de la formule suivante : Multipliez le cube du diamètre par .5236 ou le sixième de 3.1416.

FIGURE 30 *

Cette figure sert à démontrer intuitivement un principe géométrique des plus importants :

Dans UN TRIANGLE RECTANGLE la SOMME des CARRÉS des CÔTÉS est ÉGALE en SUPERFICIE au CARRÉ de L'HYPOTENUSE. On appelle HYPOTHÉNUSE le côté opposé à l'angle droit.

La figure en offre un exemple qu'il est bon de retenir. Le triangle rectangle compris à l'intérieur a 4 centimètres de base, et 3 centimètres de hauteur.

Le carré de sa base est de 16 centimètres carrés ; le carré de sa hauteur est de 9 centimètres carrés.

Les deux carrés réunis ont une surface de 25 centimètres carrés ; c'est exactement la surface du carré de l'hypoténuse, et la longueur de l'hypoténuse est de 5 centimètres qui est la *racine carrée* de 25 centimètres carrés.

De là on peut déduire les règles pratiques suivantes :

1o On trouve la longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle en extrayant la racine carrée de la somme des carrés de ses deux côtés.

2o Connaissant l'hypoténuse d'un triangle rectangle et un de ses côtés, on trouve l'autre en extrayant la racine carrée de la différence entre le carré de l'hypoténuse et le carré du côté connu.

PROBLEMES

Quelle est l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les côtés ont respectivement 32 et 45 pieds ?

R. 32 x 32 égale 1024 ; 45 x 45 égale 2025 ; 1024 + 2025 égale 3049. La racine carrée de 3049 égale 55.12 appr. Réponse 55.12 pieds.

On pose une échelle de 15 verges de long contre un mur et la distance entre l'échelle et le mur est de 8 verges. A quelle hauteur perpendiculaire au sol l'échelle touche-t-elle au mur ?

R. La différence entre les carrés est 225—64 = 161. La racine carrée de 161 égale 12.68 (12 verges 68 centièmes).

MESURE DU TRIANGLE

Règle spéciale pour calculer la surface d'un triangle dont on connait les trois côtés.

Soit un triangle dont les trois côtés mesurent respectivement 20, 24 et 30 pieds, voici le procédé à suivre :

a. On fait la somme des trois côtés et on la divise par 2, ce qui donne 37 ; c'est le DEMI-PÉRIMÈTRE.

---

* Dans la fig. 30 du Tableau le manque d'espace nous ayant empêché de prendre comme unité le *pouce*, nous avons pris le *centimètre*, mesure du système métrique qui vaut environ 39 centièmes de pouce.

b. Du demi-périmètre 37 on soustrait successivement chacun des trois côtés, ce qui donne les nombres 17, 13 et 7.

c. On multiplie ensuite le périmètre 37 par les trois restes 17, 13 et 7, comme suit : 37 × 17 × 13 × 7 = 57239.

d. Pour terminer on extrait la racine carrée du nombre ainsi obtenu.

La racine carrée de 57239 est 239.2. La réponse demandée, à une décimale près, est 239.2 pieds carrés.

Si le triangle est isocèle (deux côtés égaux) ou équilatéral (trois côtés égaux) il est plus simple d'en calculer la hauteur, en se servant de la règle du carré de l'hypoténuse. Alors la hauteur coupe la base en deux parties égales ; comme on connait la base et l'hypoténuse des deux triangles ainsi formés, on trouve la hauteur en extrayant la racine carrée de la différence entre les carrés de l'hypoténuse et de la base, puis on applique la règle générale, expliquée à l'aide des figures 12 et 15, ou 13 et 16.

REMARQUE PEDAGOGIQUE

Le tableau doit être considéré comme le résumé de la partie expérimentale de l'enseignement du toisé. Le maitre ne doit pas se contenter de montrer les figures, il doit faire abondamment usage du tableau noir pour en faire l'analyse et la synthèse, et même se servir de craie de deux couleurs pour en faire ressortir les différentes parties. Dans les premières leçons surtout, il doit procéder lentement, et faire des répétitions fréquentes. Les notions abstraites ne peuvent s'acquérir que par une observation prolongée jointe à des applications nombreuses.

TABLEAUX DE LECTURE LIPPENS

Ces **TABLEAUX** comprennent deux cartes murales de 36 pouces par 24—. Montures métalliques solides. Papier glacé à dos de toile, très durable. Impression lithographique en deux couleurs, remarquablement soignée. Gros caractère lisible a vingt-cinq pieds de distance.

Méthode simple, pratique et attrayante pour les enfants.

L'emploi de ces tableaux n'offre aucune difficulté et ne dérange en rien les procédés et les livres en usage. On conserve, si on le veut, l'ancienne épellation. L'étude des Tableaux peut précéder ou accompagner n'importe quel abécédaire ; elle donne des résultats immédiats et réels.

Prix pour les deux TABLEAUX $1.00.

PREMIERES LEÇONS DE LECTURE, contenant la matière des Tableaux présentée en petit. Carte en carton (7 1/2 par 5 pouces) imprimée sur les deux côtés, pour l'usage des élèves.—PRIX : la pièce, 1 ct ; la douzaine, 8 cts.

☞Cette petite carte de lecture offre de grands avantages au point de vue de la commodité et de l'économie. Entre les mains des jeunes enfants, elle est d'un maniement plus facile qu'un livre et permet aux élèves d'étudier à la maison les leçons apprises à l'école sur les grands tableaux. Elle sert de transition entre ceux-ci et l'abécédaire.

PETITE CARTE DES FRACTIONS à l'usage des élèves. C'est la reproduction en petit, des Tableaux, sur une feuille de carton de 7 1/2 par 5 pouces. Impression en deux couleurs, sur les deux côtés.—PRIX : la pièce, 2 cts ; la douzaine, 15 cts.

TABLE DE MULTIPLICATION jusqu'à 20 x 20, sur feuille de carton, 7 1/2 par 5 pouces .—PRIX : 1 ct ; la douzaine, 8 cts.

N. B.—Sur le verso se trouvent expliquées intuitivement, à l'aide de figures, les premières opérations sur les *demies*, les *tiers*, les *quarts* et les *sixièmes*.

LE CALCULATEUR UNIVERSEL sert à faire sûrement et rapidement tous les calculs ordinaires — achats, ventes, intérêt, mesurage, répartition des taxes municipales et scolaires, etc.

Dans les écoles, il facilite la préparation des problèmes d'arithmétique.

GRAND FORMAT pour écoles et bureaux, et PETIT FORMAT DE POCHE, relié en toile. Le prix est le même pour l'un ou pour l'autre, 10 cts.

B. LIPPENS

~~749, rue Notre-Dame Ouest~~,

MONTRÉAL